| | | |
|---|---|---|
| **LPM** | **SUITE REELLE** | **Prof:** *MOHAMED BENZINA* |
| **2010 / 2011** | **MATHEMATIQUES** | **Classes 3A** |

## EXERCICE N° 1

Soit la suite U définie sur IN par: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout $n \in IN$ on a: $Un>1$,
   b) Etudier la monotonie de la suite U.

2) Soit v la suite définie sur IN par $Vn=3+\dfrac{1}{u_n - 1}$.
   a) Montrer que la suite v est arithmétique dont-on précisera son premier terme et sa raison.
   b) Exprimer Vn puis Un en fonction de n
   c) Déterminer la limite de U.

## EXERCICE N° 2

Soit U la suite réelle définie sur IN par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+u_n}{\sqrt{3+u_n^2}} \end{cases}$

1) Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $0 \le Un \le 1$

2) a) Montrer que pour $n \in IN$ on a : $U_{n+1} \ge \dfrac{1+u_n}{2}$
   b) Etudier la monotonie de la suite U
3) a) Vérifier que pour tout $n \in IN$ on a :$1- U_{n+1} \le \frac{1}{2}(1-Un)$
   b) En déduire que pour tout $n \in IN$ on a : $0<1-Un<(\frac{1}{2})^n$

## EXERCICE N° 3

Soit la suite Un définie sur IN par U0=9 et pour tout n de IN : $Un+1=\dfrac{u_n^2+9}{2u_n}$

1) Montrer par récurrence que : Un >3 pour tout n entier naturel
2) On pose $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 3}$
   a) Etablir que $U_{n+1}-3=\dfrac{(u_n-3)^2}{2u_n}$ et $U_{n+1}+3=\dfrac{(u_n+3)^2}{2u_n}$
   b) En déduire $V_{n+1}$ en fonction de $V_n$

c) Démontrer par récurrence que pour tout n de IN*: Vn=$\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}$

## EXERCICE N° 4

On considère la suite (Un) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}, \quad n \in IN \end{cases}$

1) Montrer que pour tout entier n on a : Un>0
2) Montrer que pour tout entier n on a : Un+1>Un
3) On pose Vn =$u_n^2$
   a) Montrer que Vn est une suite arithmétique
   b) Calculer Vn puis Un en fonction de n
   c) Donner en fonction de n la valeur de S= $\sum_{k=1}^{n} v_k$

## EXERCICE N° 5

On considère la suite réelle (Un) définie sur IN par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2 + U_n} \end{cases}$$

1) a) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n \geq 0$

   b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $U_{n+1}$ - $U_n$ = $\dfrac{-u_n(1+u_n)}{2+u_n}$

   c) Etudier la monotonie de la suite ($U_n$)

2) Soit V la suite réelle définie par : $V_n$ = $\dfrac{u_n}{1+u_n}$

   a) Montrer que V est une suite géométrique de raison ½
   b) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de n.
   c) Calculer la limite de la suite U.